

**APRENDER
EN EL AULA:
MODELIZACIÓN
MATEMÁTICA
EN EL BÁSQUET**



Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación

Autoridades

Presidente de la Nación

Mauricio Macri

Jefe de Gabinete de Ministros

Marcos Peña

Ministro de Educación

Alejandro Finocchiaro

Jefe de Gabinete de Asesores

Javier Mezzamico

Secretaria de Innovación y Calidad Educativa

Mercedes Miguel

ISBN en trámite

Este material fue producido por el Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación

Índice

Actividad 1. Lanzamientos	4
Actividad 2. Analizar datos para tomar decisiones	7
Actividad 3. Los gráficos, otro modo de expresar la información	10
Palabras finales	13

Dentro del área de Matemática resulta interesante que los estudiantes sepan tomar decisiones en torno de la *resolución de problemas* que remitan a situaciones en contextos intramatemáticos y/o de la vida cotidiana, reconociendo y relacionando datos, conceptos e incógnitas y aplicando procedimientos y representaciones, así como en relación con los argumentos que deberán elaborar para validar y comunicar sus producciones.

Una situación genera un problema matemático para un estudiante cuando involucra un enigma, un desafío en el cual los conocimientos disponibles no son suficientes para dar una respuesta, pero son pertinentes para, a partir de ellos, diseñar estrategias de resolución que permitan establecer nuevas relaciones. La capacidad general de *resolución de problemas matemáticos* contempla necesariamente la confluencia de las tres capacidades cognitivas específicas: (a) reconocimiento de datos y conceptos, (b) resolución de situaciones en contextos intramatemáticos y/o de la vida cotidiana, (c) comunicación matemática. Si bien la resolución de un problema matemático contempla necesariamente la confluencia de las tres capacidades específicas, se reconoce que una actividad evalúa una de las tres capacidades cognitivas definidas a partir de la preeminencia que esta tenga en las estrategias que los estudiantes deben desplegar.

Desde esta perspectiva, los conocimientos matemáticos se construyen al resolver problemas y reflexionar en torno a ellos. Esto plantea interrogantes para el ejercicio profesional docente: ¿qué problemas presentar?, ¿cómo seleccionar un repertorio de actividades para un determinado contenido y un grupo de estudiantes particular?, ¿cómo gestionar la clase?

Se propone a continuación una posible secuencia de actividades a partir de considerar la inclusión de un ítem liberado de la evaluación APRENDER en las clases de Matemática.

Contenido: Funciones.

Capacidad cognitiva: Resolución de situaciones en contextos intra o extra matemáticos.

Actividad 1. Lanzamientos

Trabajar el contenido Funciones, y específicamente las relaciones de proporcionalidad directa, implica el tratamiento de información, de modo tal que los estudiantes desplieguen en forma progresiva ciertas capacidades, como interpretar la información que se presenta en distintos portadores (enunciados, gráficos, tablas, etc.), seleccionar y organizar la información necesaria para responder preguntas, diferenciar datos de incógnitas, clasificar datos, planificar una estrategia de resolución, anticipar resultados.

En el análisis de la información es importante que los estudiantes distingan si los datos hacen referencia a todos los elementos que son objeto de estudio o sólo a una parte de ellos. En este sentido se puede tomar el siguiente ítem liberado del operativo APRENDER y proponer su resolución en clase.



Un jugador de básquet convirtió 9 lanzamientos al aro y erró 15. ¿Cuál fue el porcentaje de lanzamientos

A) 62,5%

B) 60%

C) 37,5%

D) 15%

Para resolver el problema, los estudiantes deberán recurrir a conocimientos sobre porcentaje dentro de las funciones de proporcionalidad directa. Su complejidad radica en poder determinar qué porcentaje representan 15 lanzamientos del total de tiros que no está explicitado.

Para que los estudiantes resuelvan la actividad serán fundamentales las intervenciones del docente durante la clase. Iniciar el trabajo con ítems de opciones múltiples requiere **presentar el problema** y asegurarse que todos los estudiantes hayan comprendido cuál es el desafío propuesto, para que cada alumno pueda resolverlo. Se trata de una invitación a los estudiantes para que resuelvan por sí solos o en pequeños grupos el problema, y no una orientación sobre cómo deben hacerlo.

Seguramente, los estudiantes resuelvan el problema por medio de diversos procedimientos en función de los conocimientos que posean y de lo que consideren más eficaz. Para ello es importante que lean el problema para reconocer los datos(9 tiros convertidos y 15 errados) y las incógnitas: el porcentaje de lanzamientos errados.

Algunas estrategias de resolución pueden ser las siguientes:

- Calcular el total de lanzamientos al aro realizados por el jugador de básquet, para lo cual el estudiante deberá sumar los tiros convertidos y errados, es decir, $9 + 15 = 24$.
- Identificar el porcentaje de los lanzamientos errados. Esto puede incluir distintas estrategias de cálculo, como $\frac{15}{24} \cdot 100 = 62,5\%$, o apelando a expresar en forma decimal la relación proporcional de los lanzamientos errados y el total de tiros, es decir, $\frac{15}{24} = 0,625$ para luego reconocer su escritura

porcentual, es decir, si 24 tiros constituyen el 100% entonces 15 constituyen el 62,5%.

Así mismo puede aproximarse el porcentaje a partir del análisis de las opciones múltiples, considerando que el total de lanzamientos -24- es el 100% y que los 15 tiros errados representan más de la mitad del total:

- A) 62,5%, es una posible respuesta, se corrobora (usando calculadora, por ejemplo) que el 62,5% de 24 es 15.
- B) 60%, es una respuesta posible, pero se descarta porque el 60% de 24 es 14,4, es decir, no es 15.
- C) 37,5%, se descarta por ser un porcentaje menor al 50%.
- D) 15%, se descarta por ser un porcentaje menor al 50%.

Luego habrá que dar lugar a un **intercambio** en el que participen todos los estudiantes, en el que se vayan explicando los procedimientos que se hayan usado para aproximarse al conocimiento que se quiere enseñar, y posteriormente se debatirá sobre estos. Es fundamental que el docente valore y justifique la validez o no de todas las resoluciones, correctas o no, y que anime a los estudiantes a **brindar las razones** de lo realizado. Ante el problema analizado, puede haber estudiantes que encuentren dificultades para decidir cuál es el total de tiros, y por ello consideren que opciones como la B y D son correctas. Eso puede suceder si los estudiantes tomaron a los números que se enuncian (15 y 9) como los datos sobre los que se debía realizar la relación proporcional, de lo que resulta que 9 es el 60% de 15. Este error es resultado de no comprender qué representa cada número. Por otro lado, puede suceder que a partir de que un alumno considere el total de tiros representado como 100%, concluya que los 15 tiros errados constituyen el 15%. Este error ocurre por desconocer al porcentaje dentro de las funciones de proporcionalidad directa. Otro posible error puede surgir de tener en cuenta el total de lanzamientos, pero calculando el porcentaje sobre la base de los lanzamientos convertidos, por lo que la opción C podría ser considerada como la respuesta. Debatir sobre los errores "despersonalizándolos" y solicitando a todos los estudiantes que brinden explicaciones que validen sus procedimientos es parte de desarrollar capacidades de comunicación matemática, además de permitir la construcción de una síntesis del trabajo en la que los aciertos y errores abonan la reflexión de una comunidad que aprende.

El camino propuesto en la secuencia de actividades no implica diluir la **palabra del docente de Matemática**. Cuando los estudiantes resuelvan las actividades en forma individual o en pequeños grupos, podrá recorrer el aula atendiendo al avance de cada alumno, incentivando el trabajo de resolución sin anticipar respuestas, formulando interrogantes que orienten la búsqueda de estrategias de resolución. Así mismo el docente deberá **organizar la clase**, pautando los tiempos de trabajo y favoreciendo la participación de todos.

Actividad 2. Analizar datos para tomar decisiones

Esta actividad se propone recuperar los saberes trabajados anteriormente y sumar mayor complejidad al análisis de datos, sus formas de representarlos y el cálculo de medidas estadísticas para la toma de decisiones. En la gestión de la clase resultará interesante dedicar tiempo al debate sobre cómo, mediante la observación y registro de sucesos, se genera información para el análisis funcional, permitiendo en muchos casos estudiar relaciones de causa efecto entre variables. Uno de los objetivos del análisis de datos es organizar y resumir la información con el propósito de hacerla más accesible, por lo que es deseable que los estudiantes puedan no sólo comprender la información brindada sino también producir nuevas informaciones a partir de las anteriores y comunicarlas matemáticamente en diferentes formas de representación a partir de los análisis que realicen.

Las siguientes partes de la actividad buscan que los estudiantes resuelvan los interrogantes propuestos y se hagan preguntas sobre varias características de interés. Consideramos que no es recomendable brindarles a los estudiantes todas las preguntas juntas, dado que su resolución paulatina favorece la gestión de puestas en común que institucionalicen los distintos saberes puestos en consideración.

La asociación de básquet de Estados Unidos se denomina NBA. Todos los años, brinda información estadística sobre los jugadores. La siguiente tabla muestra datos de los jugadores que ocupan los primeros 10 puestos de la tabla.

Jugador	Partidos jugados	Promedio de puntos convertidos por juego	Promedio de tiros convertidos por juego	Promedio de tiros intentados por juego
James Harden	43	31.5	9,4	21
Giannis Antetokounmpo	46	28.2	10,3	18,8
Stephen Curry	36	27.7	8,7	17,6
LeBron James	50	26.6	10,2	18,7
Anthony Davis	44	26.4	9,6	17,5
Kevin Durant	43	25.6	9,1	18,1
Russell Westbrook	52	25.4	9,5	21,5
DeMarcus Cousins	48	25.2	8,5	18
Damian Lillard	44	25.2	8,1	18,5
Kyrie Irving	48	24.9	9,1	18,7

PARTE 1 de la actividad

- a. ¿En función a qué información se ubica a estos jugadores como los 10 primeros?
- b. ¿Cuál es el promedio de partidos que juega un jugador de la NBA?
- c. ¿Cuál es la moda de partidos que juega un jugador de la NBA?, ¿y la mediana?
- d. De los valores calculados en los ítems b y c, ¿qué valor consideran que representa mejor la cantidad de partidos que suele jugar un jugador de la NBA?

PARTE 2 de la actividad

- e. ¿Cómo se pudo haber calculado el promedio de puntos que cada jugador convirtió por partido?
- f. ¿Qué jugador posee una mayor efectividad en lograr tantos tras lanzar al aro? ¿Cómo lo pueden asegurar?
- g. ¿Cómo puede calcularse el porcentaje de efectividad en los lanzamientos de los jugadores?

PARTE 3 de la actividad

- h. Un entrenador va a determinar qué jugador contratar para su equipo, con el objetivo de optimizar la efectividad de lanzamientos y puntos que convierte su equipo. ¿Cuáles son las tres mejores contrataciones que puede realizar? ¿Por qué?
- i. Si el entrenador quisiera una lista de los jugadores con los 3 mejores triples, ¿quiénes compondrían esa lista? ¿Por qué?
- j. ¿Es correcto afirmar que el jugador que logra mayor cantidad de puntos por juego es aquel que tiene la mejor efectividad en los tiros al aro? ¿Por qué?

La **gestión de la clase** prevé un momento inicial de observación de la tabla, para analizar la información presentada, seguido de la **presentación de las preguntas PARTE 1**. Proponer la resolución en forma fragmentada de la secuencia, sin brindar a los estudiantes el listado de preguntas en forma completa, permite al docente planificar momentos de **resolución** en parejas o en grupos reducidos intercalados con espacios de **puesta en común parciales**, garantizando que el grupo de estudiantes avance tras institucionalizar

conclusiones producto de lo trabajado hasta el momento. Institucionalizar implica que el docente guíe a los estudiantes en la producción de una síntesis o generalización de los saberes matemáticos puestos en juego en la resolución de los problemas propuestos. De este modo, los conocimientos que circularon en el interior de los grupos alcanzan un estatus mayor: el de saberes generales comunes a toda la clase.¹

Cada pareja o grupo será una pequeña comunidad de resolución, que avanzará según sus particularidades. Antes de contestar cualquier pregunta de la actividad, los estudiantes deberán observar la tabla para lograr una percepción de las características principales de esta respecto de los datos que proporciona sobre cada jugador, y de algún rasgo sorprendente. Para ello es preciso que el docente **genere tiempos de trabajo autónomo y exploratorio**.

Es fundamental que en los momentos de trabajo en grupos el docente asuma una actitud de escucha atenta, de modo de recabar información sobre el estado de la construcción de conocimientos de cada estudiante, interviniendo en los casos en que sea necesario orientar el trabajo. Se debe tener en cuenta que la orientación no implicará señalar cómo se resuelve el interrogante, sino orientar a los alumnos en los caminos que cada grupo haya iniciado. Esto incluirá mantener los errores que los estudiantes estén cometiendo si tienen una explicación de su procedimiento. Posteriormente, todo se trabajará en la puesta en común.

Proponer momentos de **puesta en común parciales** tiene como objetivo que los estudiantes puedan establecer relaciones entre los interrogantes planteados y arribar a conclusiones para luego culminar con la institucionalización de las propiedades usadas y las conclusiones arribadas.

En el caso de la Actividad 2, se espera que los estudiantes comparen medidas estadísticas para determinar cuál representa mejor las características del grupo de jugadores de básquet estudiado. El docente podría planificar un espacio de intercambio general una vez que haya detectado que todos los grupos de trabajo avanzaron sobre las consignas *a*, *b*, *c* y *d*, dado que estas preguntas proponen identificar la lectura de la tabla poniendo en circulación las definiciones de media, mediana y moda y su representatividad. El trabajo en estos puntos recupera las formas de calcular promedios, medianas y modas de una cantidad par de variables discretas, y favorece la inclusión de recursos tecnológicos, como GeoGebra, software de análisis de datos o calculadora.

Interrogar sobre los modos en que se calcularon los valores presentados en la tabla promueve en los estudiantes aprendizajes metacognitivos. Analizar datos implica no sólo comprender lo que representan sino poder **explicar** el

1- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.

modo en que pudieron haberse generado. Un estudiante del último año del Nivel Secundario debe poder explicitar que el "promedio de puntos convertidos por juego" no representa el valor real de puntos logrados en cada uno de los partidos jugados por un jugador de básquet, y que para calcularlo se tuvo que tener en cuenta la relación entre los tantos convertidos por el jugador luego de registrar una cierta cantidad de partidos, por lo que el número obtenido puede tratarse de un decimal, y eso no significa que el jugador convirtió, por ejemplo, 25 puntos y 6 décimas, dado que los puntos son números naturales.

Luego de trabajar la Parte 2 de la actividad será interesante que las conclusiones se debatan en una nueva puesta en común, que el docente podrá utilizar para incorporar nuevos interrogantes como: ¿cuál es el modo en que se calculan los porcentajes?

Una vez que se hayan obtenido los datos, estos deberán servir para la toma de decisiones. Con el objetivo de cuestionar un posible supuesto que puedan tener los alumnos al estudiar la tabla de datos, "James Hardem es el jugador que tiene una mayor cantidad de puntos por juego, entonces tiene la mejor efectividad en los tiros al aro", se podrá proponer una pregunta que apunta a justificar el valor de verdad del supuesto. Es esperable que se genere el cálculo de nuevas estadísticas que no están en la tabla, pero que pueden obtenerse a partir de la relación entre los datos dados y que se contrapongan a las decisiones intuitivas que los estudiantes hayan tomado a priori.

Después de que los estudiantes hayan explorado la Parte 3 de la actividad, es recomendable realizar una puesta en común donde cada grupo presente y fundamente las decisiones tomadas, dando la posibilidad de que los estudiantes intercambien posiciones y arriben a criterios comunes tomando como fundamento el análisis de la información.

Actividad 3. Los gráficos, otro modo de expresar la información

El trabajo con tablas de frecuencias y datos favorece la construcción y análisis de gráficos, tales como: histogramas, diagramas de puntos, gráficos de barras, circulares, etc. Con preguntas como: ¿qué pueden decir los gráficos sobre la información proporcionada por las tablas?, el docente puede invitar a los estudiantes a leer información en diversos formatos, evaluando la pertinencia de escalas, tipos de gráficos, y formatos. Así, la Actividad 3 invita a los estudiantes a leer, interpretar y analizar la pertinencia de gráficos contruidos a partir de la tabla presentada en la Actividad 2.

Diversas relaciones entre los datos que se presentan en la tabla de la Actividad 2 pueden representarse mediante gráficos, ¿cuál de los siguientes *no* proporciona información que se puede obtener a partir de la tabla presentada? Justifiquen sus elecciones.

Gráfico 1

Valor promedio de cada tiro por partido

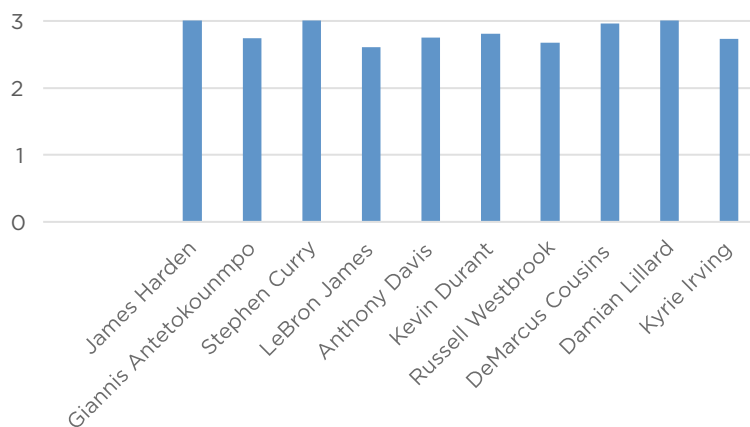


Gráfico 2

Partidos jugados

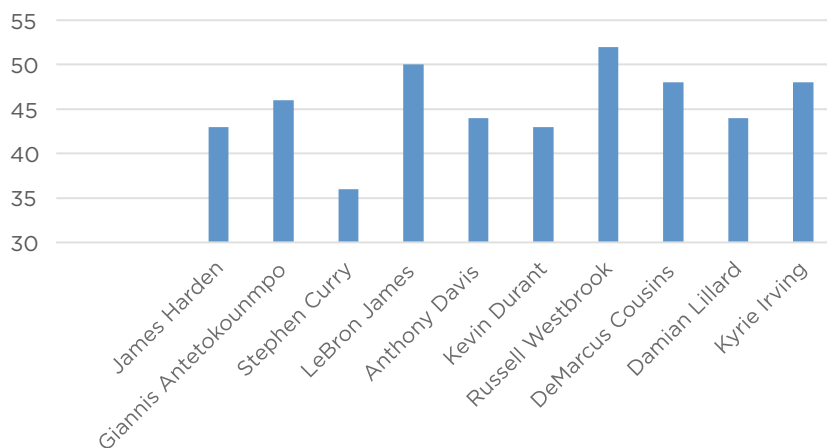


Gráfico 3

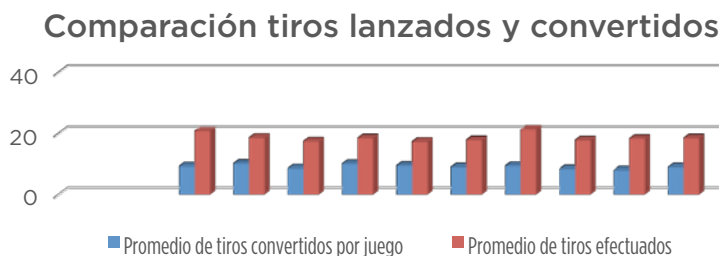
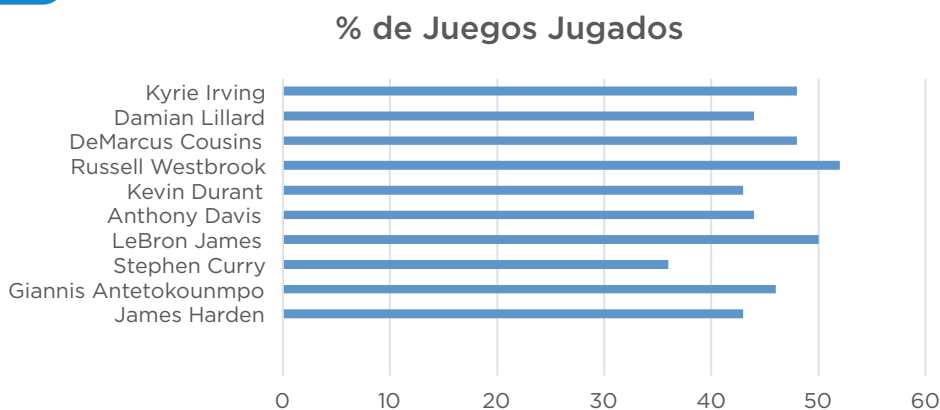


Gráfico 4



Resolver la Actividad 3 requiere que los estudiantes analicen las escalas elegidas, las variables que se tomaron en cuenta, la relación que se estableció entre ellas, y la correspondencia entre los valores numéricos y aquello que representan, tomado como fuente de la información la tabla de la Actividad 2. La complejidad de la actividad radica en que algunos de los gráficos representan relaciones que no se observan a simple vista en la tabla de datos, sino que surgen de la vinculación entre ellos.

En el momento de **puesta en común** el docente podría proponer interrogantes en relación con: la pertinencia del gráfico usado (¿en qué casos los estudiantes consideran pertinente utilizar dos o más barras por variable sobre el mismo eje?), la posibilidad o no de expresar la información en un gráfico circular

(¿es posible expresar la información del Gráfico 3 usando un diagrama circular? ¿y la del Gráfico 4?, ¿por qué?), los motivos que los llevaron a decidir si un gráfico correspondía o no con las variables de la tabla (¿por qué el Gráfico 1 es acorde a la información brindada por la tabla si esos valores numéricos no figuran allí?). Este tipo de actividades puede continuarse en clases subsiguientes por medio de diversas propuestas como: la construcción de nuevos gráficos, el uso de herramientas gráficas para describir datos, la lectura de medidas de tendencia central (media, mediana y moda) a partir de gráficos

y la comparación entre las potencialidades que tiene cada forma de expresar y comunicar información.

Palabras finales

Resolver problemas implica analizar situaciones, recopilar datos, tomar decisiones, buscar respuestas, probar distintas estrategias, equivocarse y volver a empezar. Quizá no sea claro al principio cuáles serán las herramientas o los procedimientos que hay que usar. Además, la situación de proporcionalidad planteada en esta secuencia puede ser un problema para un grupo de estudiantes y no para otro.

Concebir la enseñanza y el aprendizaje a partir del desarrollo de la *capacidad cognitiva general* "Resolución de problemas" permite la construcción de un pensamiento lógico-deductivo que se consolida lentamente a partir de las propuestas docentes. Esta capacidad cognitiva requiere, entonces, que los docentes propongan situaciones donde el problema es central y la construcción del conocimiento es promovida y desarrollada durante el proceso de investigación y resolución. Por esto, cuando un estudiante resuelve problemas matemáticos debe elaborar hipótesis y conjeturas que serán contrastadas con sus pares, validadas y luego generalizadas. En este sentido, estimular la comunicación matemática tanto oral como escrita resulta fundamental. La comunicación escrita requiere ser comprensible por otros, aun en ausencia del autor, lo que establece una diferencia fundamental con la comunicación oral, propia de los intercambios y debates en el aula, que permite una negociación de los significados atribuidos a las expresiones usadas.

Es necesario que los estudiantes organicen su trabajo de resolución de problemas matemáticos contemplando momentos de lectura del problema, esbozo inicial de resolución, resolución e intercambio de ideas grupal, presentación de los resultados e ideas del grupo y una explicación que valide los procedimientos, para arribar a un debate colectivo, a la construcción de una síntesis del trabajo y a la conceptualización de lo aprendido y/o trabajado.



Ministerio de Educación,
Cultura, Ciencia y Tecnología
Presidencia de la Nación